# CONJUNTOS

OPERAÇÃO COM CONJUNTOS
PROBLEMAS COM CONJUNTOS

**ATIVIDADE DE MATEMÁTICA**

**QUARENTENA – COVID 19**

**LISTA - 2**

COLÉGIO SOLEDADE

SERVIAM

DESDE 1739

# Profº. Henrique Oliveira

# 1º ano – 2020

1 (INFO) - Numa universidade são lidos apenas dois jornais, X e Y. 80% dos alunos da mesma leem o jornal X e 60%, o jornal Y. Sabendo-se que todo aluno é leitor de pelo menos um dos jornais, assinale a alternativa que corresponde ao percentual de alunos que leem ambos:

a)80%
b)14%
c)40%
d)60%
e)48%

2 (INFO) - Se um conjunto A possui 1024 subconjuntos, então o cardinal de A é igual a:
a) 5
b) 6
c) 7
d) 9
e)10
3 (INFO) - Após um jantar, foram servidas as sobremesas X e Y. Sabe-se que das 10 pessoas presentes, 5 comeram a sobremesa X, 7 comeram a sobremesa Y e 3 comeram as duas. Quantas não comeram nenhuma das sobremesas?
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 0

4 – (MACKENZIE-SP) Dados os conjuntos A, B e C, tais que: $n(B \cap C) = 20$ ; $n(A \cap B) = 5$ ; $n(A \cap C) = 4$ ; $n(A \cap B \cap C) = 1$; $n(A \cup B \cup C) = 22$. Nestas condições, o número de elementos de $A - (B \cap C)$ é igual a:
a)0
b)1
c)4
d)9
e)12

5 (INFO) - PUC-SP - Se $A = \{0,1,2,3,4\}$ e $B = \{2,3,4\}$, então :
a)$A \subset B$
b)$A \cup B = B$
c) $A = B$
d)$A \cap B = B$
e)$B \supset A$

**6 – (FGV-SP)** Sejam A, B e C conjuntos finitos. O número de elementos de $A \cap B$ é 30, o número de elementos de $A \cap C$ é 20 e o número de elementos de $A \cap B \cap C$ é 15. Então o número de elementos de $A \cap (B \cup C)$ é igual a:
a)35
b)15
c)50
d)45
e)20
**7 (INFO)** - Sendo a e b números reais quaisquer, os números possíveis de elementos do conjunto $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}\}$ são:
a)2 ou 5
b)3 ou 6
c)1 ou 5
d)2 ou 6
e)4 ou 5
**8 (INFO) - Se $A = \{0, \{1\}, 1, \{0\}\}$ e $B = \{0\}$, então podemos afirmar que:**
a) $A \cap B = \emptyset$
b) $A - B = B$
c) $B \subset A$
d) $B - A = \{0\}$
e) $A - B = A$
**9 - (USP-SP)**
Depois de n dias de férias, um estudante observa que:
a) choveu 7 vezes, de manhã ou à tarde;
b) quando chove de manhã não chove à tarde;
c) houve 5 tardes sem chuva;
d) houve 6 manhãs sem chuva.
Podemos afirmar então que n é igual a:
a)7
b)8
c)9
d)10
e)11
**10 - (INFO)** 52 pessoas discutem a preferência por dois produtos A e B, entre outros e conclui-se que o número de pessoas que gostavam de B era:
I - O quádruplo do número de pessoas que gostavam de A e B;
II - O dobro do número de pessoas que gostavam de A;
III - A metade do número de pessoas que não gostavam de A nem de B.
Nestas condições, o número de pessoas que não gostavam dos dois produtos é igual a:
a)48
b)35
c)36
d)47
e)37

## QUESTÃO 01

RESOLUÇÃO:

**Dados**
- Jornal 1 $\rightarrow$ X $\rightarrow$ 80% (LÊEM)
- Jornal 2 $\rightarrow$ Y $\rightarrow$ 60% (LÊEM)
- ENTÃO VAMOS ENCONTRAR % DOS QUE LÊEM AMBOS OS JORNAIS $\rightarrow$ $X \cap Y$ ?

- Utilizando a relação do número de elementos da união entre dois conjuntos

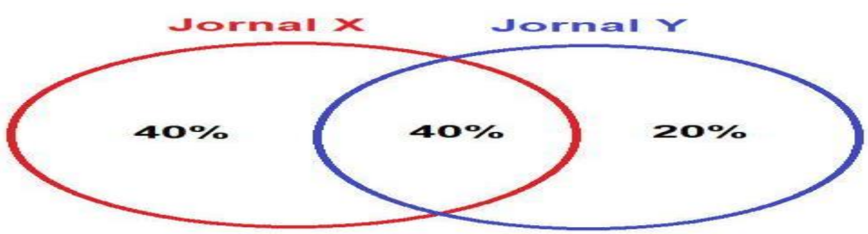
$$n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cap Y)$$

$$100 = 80 + 60 - K$$

$$K = 140 - 100$$

$$K = 40\%$$

- VAMOS UTILIZAR O DIAGRAMA DE VENN PARA AJUDAR NA RESOLUÇÃO DA QUESTÃO.



**QUESTÃO 02**

**RESOLUÇÃO**

- Número de Subconjuntos de um conjunto é dado pela fórmula : **$n(Sub) = 2^n$**

  **Cardinal = número de elementos = n**

- **Então : $n(Sub) = 2^n$**

$$1024 = 2^n \rightarrow$$ **fatorando 1024 , teremos:**

| | |
|---|---|
| 1024 | 2 |
| 512 | 2 |
| 256 | 2 |
| 128 | 2 |
| 64 | 2 |
| 32 | 2 |
| 16 | 2 |
| 8 | 2 |
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |
| 1 | |

**logo : $1024 = 2^{10}$ , de volta a igualdade, teremos :**

$$2^{10} = 2^n$$

**$n = 10$ ( LETRA E )**

**QUESTÃO 03**

**Resolução**:

--> 7 Pessoas comeram a sobremesa Y

--> 5 Pessoas comeram a sobremesa X

--> 3 pessoas comeram as duas sobremesas Y e X

Raciocinando:

==> Pessoas que SÓ comeram a sobremesa Y = 7 - 3 = 4

==> Pessoas que SÓ comeram a sobremesa X = 5 - 3 = 2

==> Pessoas que comeram as duas sobremesas = 3

Assim as pessoas que comeram sobremesas = 4 + 2 + 3 = 9

Logo 1 pessoa NÃO COMEU sobremesa (de 10 - 9 = 1) **(LETRA A)**

**QUESTÃO 04**

É preciso considerar que o melhor é começar de dentro para fora, sendo que a primeira informação que deve ser colocado é de que a intersecção de todos os conjuntos apresenta 1 elemento:

$n(A \cap B \cap C) = 1$

Então devemos observar as demais intersecções, ou seja, é preciso considerar que os conjuntos A, B, C, são:

$n( B \cup C) = 20$

$n( A \cap B) = 5$

$n( A \cap C) = 4$

$n( A \cap B \cap C)= 1$

$n ( A \cup B \cup C) = 22$

**Vamos aos dados/resoluções:**

É de conhecimento público que $n(A \cap B) = 5$ , com isso, na região comum aos conjuntos específicos A e B, teremos apenas 4 elementos, pois 1 elemento que habita na região será comum aos três elementos restantes;

Em $n(A \cap C) = 4$ (tendo em mente a mesma base) iremos tirar um e colocar os outros 3 na região pertencente.

Ps: como faltam 4 espaços pra preencher, iremos chamar de a o espaço que ainda falta em a, e assim respectivamente;

sabemos da **Teoria dos Conjuntos** que:

**n(AUBUC) = n(A) + n(B) + n(C) -[n(A∩B) + n(A∩C) + n(B∩C)] + n(A∩B∩C)**

n(A**U**B**U**C) - n(BuC) = 22 - 20 = 2
n(A∩B) - n(A∩B∩C) = 5 - 1 = 4
n(A∩C) - n(A∩B∩C) = 4 - 1 = 3
n(A∩B∩C) = 1

[n(A**U**B**U**C) - n(BuC)] + [n(A∩B) - n(A∩B∩C)] + [n(A∩C) - n(A∩B∩C)] - [nA∩B∩C)] =

[22 - 20] + [5 - 1] + [4 - 1] - [1] = 2 + 4 + 3 - 1 = 9

[n(A**U**B**U**C) - n(B**U**C)] + [n(A∩B) - n(A∩B∩C)] + [n(A∩C) - n(A∩B∩C)] =

[22 - 20] + [5 - 1] + [4 - 1] - [1] = 2 + 4 + 3 = 9 **(LETRA D)**

**QUESTÃO 05**

Resolução :

A RESPOSTA CORRETA É A **LETRA D** , pois

$A \cap B = \{0,1,2,3,4\} \cap \{2,3,4\} = \{2,3,4\} = B$

**QUESTÃO 06**

RESOLUÇÃO :

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ -->

$n[A \cap (B \cup C)] = n[A \cap B] + n[A \cap C] - n[A \cap B \cap C]$

$= 30+20-15=35$ (LETRA A)

**QUESTÃO 07**

**RESOLUÇÃO**:

VAMOS ANALISAR DUAS POSSIBILIDADES:

**1ª POSSIBILIDADE** : $a = b$

Teremos : $A = \{ a , a , \{ a \} , \{ a \} , \{ a , a \} \}$ = **2 elementos** $a$ e $\{ a \}$

**2ª POSSIBILIDADE** : $a \neq b$

Teremos : $A = \{ a , b , \{ a \} , \{ b \} , \{ a , b\}$ = **5 elementos** $a , b , \{ a \} , \{ b \}$ e $\{ a, b \}$

**( LETRA A )**

**QUESTÃO 08**

**RESOLUÇÃO** :

**Ao encontrar o conjuntos das partes de A , observamos que { 0 } é subconjunto de A, logo B ⊂ A**

**P(A)** = { **{0}** ; {{1}} ; { 1} ; { { 0} } ; { 0, {1} } ; { 0, 1 } ; { 0 , { 0 } } ; {{1},{0}};{1,{1}} ; {1, {0} }; { 0 , {1} , 1 } ; { 0 , 1 , { 0} }; { 0 , { 1 } , { 0 } } ; { { 1 } , 1 , { 0 } } ; ∅ ; { 0 , { 1} , 1 , { 1 } }

**(LETRA C)**

**QUESTÃO 09**

**RESOLUÇÃO**:

Farei uma tabela verdade aqui. 0 significa que não chove, e 1 significa que chove, ou 0 significa não e 1 significa sim. Vamos lá:

| Manhã | Tarde | Possibilidade |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Ou seja, temos 3 possibilidades, de acordo com a tabela: ou chove apenas de manhã (x), ou chove apenas à tarde (y) ou não chove (z)
A questão diz que houve 5 tardes sem chuva. Então, das duas, uma: ou choveu de manhã, ou não choveu. Então:
$x + z = 5$
Também diz que houve 6 manhãs sem chuva. Das duas, uma: ou choveu à tarde, ou não choveu. Então:
$y + z = 6$
Também diz que choveu, de manhã ou à tarde, 7 vezes. Então:
$x + y = 7$
Como os dias são manhã e tarde na questão, podemos dizer que:
$x + y + z = n$
Como x, y e z tem os mesmos valores em ambas as equações, então faremos um sistema:

$\{x + z = 5$
$\{y + z = 6$
$\{x + y = 7$

Usando a 1ª equação:

$x + z = 5$
$x = 5 - z$

Usando a 2ª equação:
$y + z = 6$
$y = 6 - z$

Substituindo na última equação:
$x + y = 7$
$5 - z + 6 - z = 7$
$-2z + 11 = 7$
$-2z = 7 - 11$
$-2z = -4$
$2z = 4$
$z = 4/2$
$z = 2$ (2 dias sem chuva)

Substituindo naquelas 2 equações:

$x = 5 - z$
$x = 5 - 2$
$x = 3$ (3 dias em que só choveu de manhã)
$y = 6 - z$
$y = 6 - 2$
$y = 4$ (4 dias em que choveu à tarde)

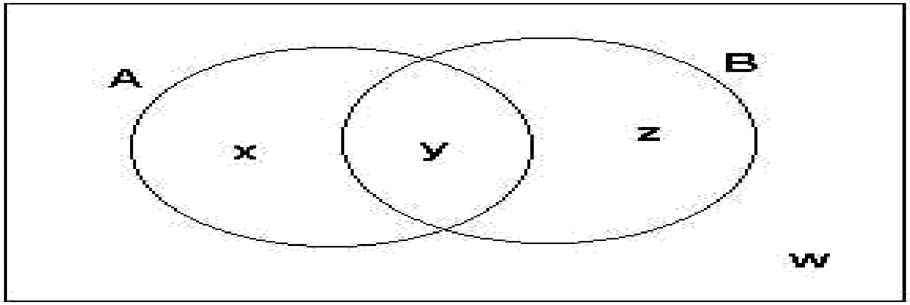
Como $x + y + z = n$, então:

$n = x + y + z$
$n = 3 + 4 + 2$
$n = 9$ dias de férias **(LETRA C)**

## QUESTÃO 10

SOLUÇÃO:

Considere a figura abaixo, onde estão representados os conjuntos A e B, e a quantidade de elementos x, y, z e w.




Pelo enunciado do problema, poderemos escrever:
$x+y+z+w = 52$
$y+z = 4y$
$y+z = 2(x+y)$
$y+z = w/2$
Desenvolvendo e simplificando, vem:
$x+y+z+w = 52$ (eq.1)
$z = 3y$ (eq. 2)
$z = 2x + y$ (eq. 3)
$w = 2y + 2z$ (eq. 4)

Substituindo o valor de z da eq. 2 na eq. 3, vem: $x = y$
Podemos também escrever: $w = 2y + 2(3y) = 8y$
Expressando a eq. 1 em função de y, vem:
$y + y + 3y + 8y = 52$ e, daí vem: $13y = 52$, de onde vem $y = 4$.

Temos então por simples substituição:
$z = 3y = 12$
$x = y = 4$
$w = 8y = 32$

A partir daí, é que vem a sutileza do problema. Vejamos
O problema pede para determinar o número de pessoas que não gostam dos produtos A e B. O conectivo e indica que devemos excluir os elementos da interseção AÇ B. Portanto, a resposta procurada será igual a:

w + x + z = 32 + 4 + 12 = 48 pessoas.

A resposta seria 32 (como muitos acham como resultado), se a pergunta fosse:

Quantas pessoas não gostam do produto A ou do produto B?

**Perceberam a sutileza da pergunta: quantas pessoas não gostavam dos dois produtos, ou seja, não gostavam de A e B?**
**Resp: 48 pessoas**